

Instrucciones:

Duración: 1 HORA Y 30 MINUTOS

Elige entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**; **sin mezclar** los de una opción con los de la otra. Cada ejercicio vale 2'5 puntos. **Contesta las preguntas razonando tus conclusiones**; la mera respuesta numérica no vale para obtener la puntuación máxima de cada apartado.

Por favor, escribe de forma ordenada y con letra clara. Se permite el uso de calculadoras.

Modelo-1-1999**Opción A**

Ejercicio 1. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \leq 0 \\ x \cdot \text{sen}(x) & \text{si } x > 0 \end{cases}$

(a) [1 punto] Estudia la derivabilidad de f .

(b) [1'5 puntos] Calcula $\int_{-1}^{\pi/2} 2f(x)dx$

Ejercicio 2. Sea k un número real y sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \cos(x) + kx$

(a) [1'25 puntos] Determina todos los valores de k para los que la función anterior es creciente en todo su dominio.

(b) [1'25 puntos] Para $k = 1$ halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto de abscisa $x = 0$.

Ejercicio 3. Sea Π el plano que pasa por los puntos $(1,0,0)$, $B=(0,1,1)$ y $C=(1, 1,1)$. Sea A el punto $(1,2,3)$ y sea B el simétrico de A respecto del plano Π

(a) [1'5 puntos] Halla la recta que pasa por A y por el punto medio del segmento AB .

(b) [1 punto] Halla la recta paralela a la anterior que pasa por el punto $(2, 2, 2)$

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Sea A la matriz dada por $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 2 & a & b \\ c & -a & d \end{pmatrix}$. Halla a , b , c y d sabiendo que:

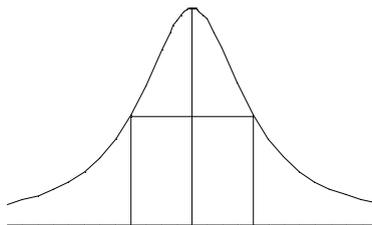
(i) El vector cuyas coordenadas son las que aparecen en la primera columna de A es ortogonal al vector $(1, -1, 1)$

(ii) El producto vectorial del vector cuyas coordenadas son las de la tercera columna de A por el vector $(1, 0, 1)$ es el vector $(-2, 3, 2)$

(iii) El rango de la matriz A es 2.

Modelo-1-1999**Opción B**

Ejercicio 1. [2'5 puntos] De entre todos los rectángulos inscritos, como indica la figura, entre la gráfica de la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = 1/(1+x^2)$ y el eje OX , halla el de mayor área.



Ejercicio 2. [2'5 puntos] Dibuja y calcula el área del recinto limitado por la recta $y + x = 0$ y la curva de ecuación $y = x^2 + 4x + 4$.

Ejercicio 3. [1'5 puntos] (a) Discute el siguiente sistema según los valores del parámetro b

$$\begin{aligned} x + y + bz &= b^2 \\ -x + y + bz &= -3 \\ bx + y + bz &= 3b \end{aligned}$$

(b) [1 punto] Resuélvelo cuando sea compatible indeterminado

Ejercicio 4. Un objeto se mueve en el espacio siguiendo una línea recta cuya dirección viene dada por el vector $\mathbf{v} = (1, 2, -1)$. En su movimiento dicho objeto pasa por el punto $A = (2, 1, 2)$

(a) [1 punto] Calcula los puntos de corte de la trayectoria del objeto con los planos coordenados.

(b) [0'75 puntos] Calcula la ecuación del plano que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular a dicha trayectoria.

(c) [0'75 puntos] ¿Cuál es el ángulo que forma la trayectoria del objeto con el plano XOY .