

**Instrucciones:**

Duración: 1 HORA Y 30 MINUTOS

Elige entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**; **sin mezclar** los de una opción con los de la otra. Cada ejercicio vale 2'5 puntos. **Contesta las preguntas razonando tus conclusiones**; la mera respuesta numérica no vale para obtener la puntuación máxima de cada apartado.

**Por favor, escribe de forma ordenada y con letra clara.** Se permite el uso de calculadoras.

**Modelo-1-1999****Opción A**

**Ejercicio 1.** Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \leq 0 \\ x \cdot \text{sen}(x) & \text{si } x > 0 \end{cases}$

(a) [1 punto] Estudia la derivabilidad de  $f$ .

(b) [1'5 puntos] Calcula  $\int_{-1}^{\pi/2} 2f(x)dx$

**Ejercicio 2.** Sea  $k$  un número real y sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = \cos(x) + kx$

(a) [1'25 puntos] Determina todos los valores de  $k$  para los que la función anterior es creciente en todo su dominio.

(b) [1'25 puntos] Para  $k = 1$  halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función  $f$  en el punto de abscisa  $x = 0$ .

**Ejercicio 3.** Sea  $\Pi$  el plano que pasa por los puntos  $(1,0,0)$ ,  $B=(0,1,1)$  y  $C=(1, 1,1)$ . Sea  $A$  el punto  $(1,2,3)$  y sea  $B$  el simétrico de  $A$  respecto del plano  $\Pi$

(a) [1'5 puntos] Halla la recta que pasa por  $A$  y por el punto medio del segmento  $AB$ .

(b) [1 punto] Halla la recta paralela a la anterior que pasa por el punto  $(2, 2, 2)$

**Ejercicio 4.-** [2'5 puntos] Sea  $A$  la matriz dada por  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 2 & a & b \\ c & -a & d \end{pmatrix}$ . Halla  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$  sabiendo que:

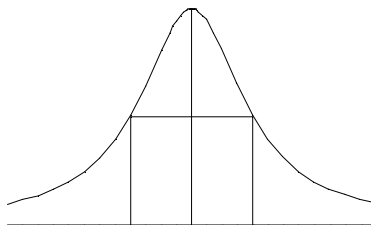
(i) El vector cuyas coordenadas son las que aparecen en la primera columna de  $A$  es ortogonal al vector  $(1, -1, 1)$

(ii) El producto vectorial del vector cuyas coordenadas son las de la tercera columna de  $A$  por el vector  $(1, 0, 1)$  es el vector  $(-2, 3, 2)$

(iii) El rango de la matriz  $A$  es 2.

**Modelo-1-1999****Opción B**

**Ejercicio 1.** [2'5 puntos] De entre todos los rectángulos inscritos, como indica la figura, entre la gráfica de la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = 1/(1+x^2)$  y el eje  $OX$ , halla el de mayor área.



**Ejercicio 2.** [2'5 puntos] Dibuja y calcula el área del recinto limitado por la recta  $y + x = 0$  y la curva de ecuación  $y = x^2 + 4x + 4$ .

**Ejercicio 3.** [1'5 puntos] (a) Discute el siguiente sistema según los valores del parámetro  $b$

$$\begin{aligned} x + y + bz &= b^2 \\ -x + y + bz &= -3 \\ bx + y + bz &= 3b \end{aligned}$$

(b) [1 punto] Resuélvelo cuando sea compatible indeterminado

**Ejercicio 4.** Un objeto se mueve en el espacio siguiendo una línea recta cuya dirección viene dada por el vector  $\mathbf{v} = (1, 2, -1)$ . En su movimiento dicho objeto pasa por el punto  $A = (2, 1, 2)$

(a) [1 punto] Calcula los puntos de corte de la trayectoria del objeto con los planos coordenados.

(b) [0'75 puntos] Calcula la ecuación del plano que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular a dicha trayectoria.

(c) [0'75 puntos] ¿Cuál es el ángulo que forma la trayectoria del objeto con el plano  $XOY$ .